Université Chouaib Doukkali
Faculté des Sciences El Jadida
Département de Mathématiques

Filière IA
Année 2025/2026
Analyse I

Examen session rattrapage (1h30)

Questions de cours (4 pts)

1. Donner la définition d'une fonction paire.
2. Une suite (u_n) décroissante telle que $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$, est-ce qu'elle est positive ?
3. Donner un exemple d'une fonction continue non dérivable.
4. Énoncer le théorème des accroissements finis.

Exercice 1 (4 pts).
Déterminer les limites suivantes s'ils existent :

$$1.\ \lim_{x\to+\infty} \sin(x), \qquad 2.\ \lim_{x\to 1} \frac{e^{x^2}-e}{x^2-1}, \qquad 3.\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{e^{2x}-1} \qquad 4.\ \lim_{x\to 0} \frac{\tan(x)-\sin(x)}{x^3\cos(x)}.$$

Exercice 2 (3 pts).
Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

$$1.\ f(x) = \sqrt[3]{1+x^3}, \qquad 2.\ g(x) = \frac{\cos x}{e^{x^2}-1} \qquad 3.\ h(x) = \begin{cases} \sqrt{1+\sin x} & \text{si} \quad x > 0, \\ e^{\sin x} & \text{en} \quad x \leqslant 0. \end{cases}.$$

Exercice 3 (9 pts).
On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Les figures ci-dessous représentent la courbe de la fonction f et la courbe de sa dérivée f', dans un ordre aléatoire.

Figure A

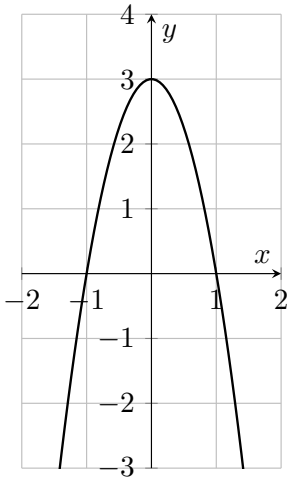
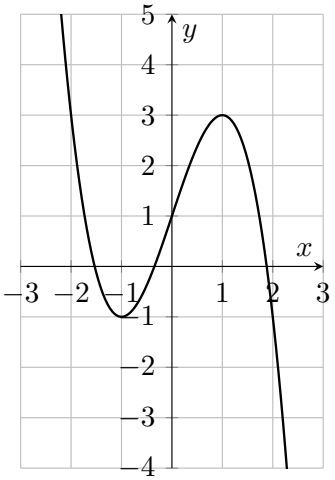


Figure B



1. Déterminer la courbe qui représente f et celle qui représente f'.
2. Donner le signe de f et de f'.
3. Déterminer $\lim\limits_{+\infty} f$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f$.
4. Donner les tableaux de variations de f et de f'.
5. Donner l'équation de la tangente $\mathcal{C}_f$ en $x_0 = 0$.
6. Sachant que $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
   i) En utilisant le graphe déterminer b, c et d.
   ii) Déteminer le coefficient a.
   iii) En déduire l'expression de $f'(x)$.